

Klausur WS 2011/12
"Angewandte Ökonometrie"

28.02.2012
Dauer 90 Min.
+ Lesezeit: 10 Min.

Termin I

Name / Surname:

Vorname / First Name:

Immatrikulations-Nr. / Enrolment No.:

Erlaubte Hilfsmittel: Taschenrechner (nicht programmierbar).
Allowed aids: pocket calculator (non intelligent)

Bitte bestätigen Sie durch Ihre Unterschrift, dass Ihnen bekannt ist, dass jeder Täuschungsversuch zum Abbruch der Arbeit mit der Bewertung "ungenügend" (5.0) führt.

Please confirm by signing that you are aware that any attempt to deceive results in a grade "failed" (5.0)

.....
Unterschrift / Signature

(nur für die Prüfer / only for examiner)

Punkte/ Points	Problem 1	Problem 2	Problem 3	Gesamt / Total
mögliche / possible	18	14	17	49
erreichte / obtained				

Note / Grade:

.....
1. Prüfer/1st examiner

.....
2. Prüfer/2nd examiner

Aufgabe 1 (18 Punkte)

Gegeben sei das folgende lineare Regressionsmodell:

$$y = X\beta + \varepsilon, \varepsilon \sim N(0, \sigma^2 I_N), \quad (1)$$

wobei X eine deterministische $(N \times K)$ -Matrix ist mit $\text{Rang}(X) = K$.

- a) (2 Punkte) Welche Modellannahme ist im Fall einer exakten Multikollinearität verletzt?
- b) (6 Punkte) Abbildung 1 zeigt das Streudiagramm der standardisierten Residuen und angepassten Werte der abhängigen Variable ("Fitted Values") für eine KQ-Schätzung des Modells in Gleichung (1).
- (i) Welche Schlüsse lässt das Streudiagramm hinsichtlich einer möglichen Heteroskedastizität der Fehlerterme zu? Begründen Sie Ihre Antwort.
 - (ii) Nennen Sie einen Test, mit dem sich die Homoskedastizität der Fehlerterme überprüfen ließe.
 - (iii) Welche Auswirkungen hätte Heteroskedastizität auf die Erwartungstreue und Effizienz des KQ-Schätzers?
 - (iv) Nennen Sie einen Schätzer, der bei Heteroskedastizität der Fehlerterme effizient ist.
- c) (6 Punkte) Nehmen Sie an, Gleichung (1) stelle das wahre Modell dar, während für die KQ-Schätzung die folgende Spezifikation verwendet wird:

$$y = X\beta + Z\gamma + u, \quad u \sim N(0, \sigma^2 I_N), \quad (2)$$

wobei Z eine deterministische $(N \times L)$ -Matrix sei mit $\text{Rang}(X:Z) = K + L$.

- (i) Nennen Sie die zentralen Eigenschaften der Matrix $M := I_N - Z(Z'Z)^{-1}Z'$ und ihre Funktion im Kontext des Frisch-Waugh Theorems.
 - (ii) Bestimmen Sie den Erwartungswert $E[\hat{\beta}]$ des KQ-Schätzers $\hat{\beta} := (X'MX)^{-1}X'My$. Ist der KQ-Schätzer erwartungstreu?
- d) (4 Punkte) Nehmen Sie an, Gleichung (1) stelle das wahre Modell dar, während für die KQ-Schätzung die Spezifikation (2) aus c) verwendet wird, d.h. zusätzlich die Regressoren Z aufgenommen werden. Nennen Sie die Auswirkungen einer solchen Überspezifikation bzgl. der Erwartungstreue und Effizienz des KQ-Schätzers $\hat{\beta}$ aus Aufgabenteil c). Weshalb würde eine Unterspezifikation ein größeres Problem darstellen?

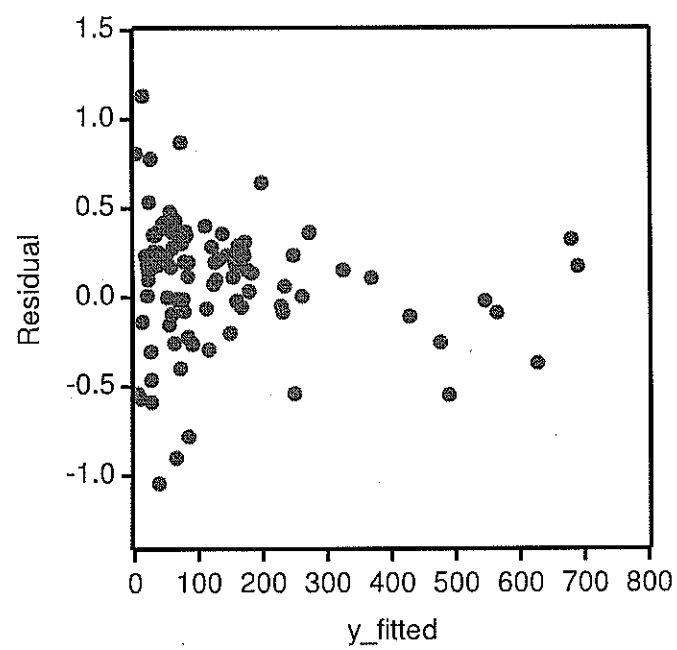


Abbildung 1: Streudiagramm der standardisierten Residuen ("Residual") und angepassten Werte ("y_fitted")

Aufgabe 2 (14 Punkte)

a) Gegeben sei folgendes Einweg-Fehlerkomponenten-Regressionsmodell:

$$y_{it} = \alpha + x'_{it}\beta + \varepsilon_{it}, \quad \varepsilon_{it} = \mu_i + e_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T,$$

wobei $x_{it} = (x_{1it}, \dots, x_{Kit})'$ (nicht-stochastisch) und $\beta = (\beta_1, \dots, \beta_K)'$ gilt. Des Weiteren seien alle μ_i und e_{it} unabhängige Zufallsgrößen mit $\mu_i \sim (0, \sigma_\mu^2)$ und $e_{it} \sim (0, \sigma_e^2)$. In Matrix-Notation lässt sich das Modell schreiben als

$$y = \alpha \mathbb{I}_{NT} + X\beta + \varepsilon = Z\theta + \varepsilon, \quad \varepsilon = G\mu + e,$$

wobei y, ε und e die NT -Vektoren aller Beobachtungen y_{it} und Fehler ε_{it} bzw. e_{it} sind, X die $NT \times K$ -Matrix der erklärenden Variablen mit den Zeilen x'_{it} ist sowie $\mu = (\mu_1, \dots, \mu_N)'$ und $G = I_N \otimes \mathbb{I}_T$ gilt. Darüber hinaus gilt $Z = [\mathbb{I}_{NT}; X]$ und $\theta = (\alpha \beta)'$.

- (i) (6 Punkte) Welche Schätzung für β würden Sie im Falle bekannter Varianzkomponenten σ_μ^2 und σ_e^2 verwenden? Erklären Sie kurz wie der Schätzer konzeptionell aufgebaut ist. Was ist der Vorteil gegenüber der "gepoolten" Schätzung?

Hinweis: Die Angabe einer exakten Formel ist nicht erforderlich.

- (ii) (4 Punkte) Zeigen Sie, dass eine "gepoolte" KQ-Schätzung $\hat{\theta} = (Z'Z)^{-1}Z'y$ erwartungstreu für θ ist.

b) Mit Hilfe von Paneldaten-Modellen soll untersucht werden, inwieweit die Variablen Berufserfahrung, Gewerkschaftsmitgliedschaft, Eheverhältnis und Anstellung im öffentlichen Sektor den Lohn eines Arbeitnehmers beeinflussen. Dazu liegt ein Paneldatensatz mit folgenden Variablen vor:

Variable	Beschreibung
wage	Logarithmierter Lohn
exper	Berufserfahrung
union	Dummy, =1 falls Person Mitglied einer Gewerkschaft ist
mar	Dummy, =1 falls Person verheiratet ist
pub	Dummy, =1 falls Person im öffentlichen Sektor angestellt ist

Unterstellt wird die Beziehung:

$$\text{wage}_{it} = \alpha + \beta_1 \text{exper}_{it} + \beta_2 \text{exper}_{it}^2 + \beta_3 \text{union}_{it} + \beta_4 \text{mar}_{it} + \beta_5 \text{pub}_{it} + \varepsilon_{it}, \quad i = 1, \dots, N, \quad t = 1, \dots, T.$$

- (i) (2 Punkte) Abbildung 2 zeigt die Ergebnisse für die verallgemeinerte KQ-Schätzung (GLS). Unterstellen Sie das Fehlerkomponentenmodell:

$$\varepsilon_{it} = \mu_i + e_{it}, \quad \mu_i \sim (0, \sigma_\mu^2) \text{ i.i.d.}, \quad e_{it} \sim (0, \sigma_e^2) \text{ i.i.d.}$$

Geben Sie Schätzungen für σ_μ^2 und σ_e^2 auf Basis der Ergebnisse in Abbildung 2 an.

- (ii) (2 Punkte) Die Tabelle 1 zeigt die Ergebnisse für den Breusch-Pagan-Test (LM-Test). Die Nullhypothese ist $H_0: \sigma_\mu^2 = 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis hinsichtlich der Verwendung des verallgemeinerten KQ-Schätzers (GLS).

Hinweis: Legen Sie jeweils ein Signifikanzniveau von 5% zugrunde.

Dependent Variable: WAGE				
Method: Panel EGLS (Cross-section random effects)				
Date: 02/03/10 Time: 17:39				
Sample: 1980 1987				
Cross-sections included: 545				
Total panel (balanced) observations: 4360				
Swamy and Arora estimator of component variances				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1.068730	0.030322	35.24653	0.0000
EXPER	0.117079	0.008254	14.18422	0.0000
EXPER^2	-0.004775	0.000589	-8.113367	0.0000
UNION	0.098799	0.017964	5.499727	0.0000
MAR	0.074532	0.016840	4.425810	0.0000
PUB	0.041135	0.036629	1.123022	0.2615
Effects Specification				
Cross-section random S.D.			0.351703	
Idiosyncratic random S.D.			0.351264	
Weighted Statistics				
R-squared	0.154117	Mean dependent var	0.549106	
Adjusted R-squared	0.153146	S.D. dependent var	0.384883	
S.E. of regression	0.354187	Sum squared resid	546.2035	
F-statistic	158.6570	Durbin-Watson stat	1.569466	
Prob(F-statistic)	0.000000			
Unweighted Statistics				
R-squared	0.070681	Mean dependent var	1.649147	
Sum squared resid	1149.131	Durbin-Watson stat	0.745997	

Abbildung 2: Ergebnisse - Verallgemeinerte KQ-Schätzung (GLS)

Tabelle 1: Breusch-Pagan-Test

Statistik	P-Wert
3217.140	0.000

Aufgabe 3 (17 Punkte)

- a) (2 Punkte) Welche Eigenschaften besitzt ein stochastischer Prozess, der als "Weißes Rauschen" ("White Noise") bezeichnet wird?

Die folgenden Fragen beziehen sich auf die Zeitreihe Z_t (mit $t = 1, \dots, 200$), welche in Abbildung 3 dargestellt ist.

- b) (8 Punkte) Mit dem Augmented-Dickey-Fuller-Test ("ADF-Test") wird überprüft, ob eine Zeitreihe Z_t integriert von der Ordnung 1 ist, d.h. eine $I(1)$ -Reihe ist. Die dem Test zugrunde liegende Regressionsgleichung lautet:

$$Z_t = \rho Z_{t-1} + \zeta_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + \zeta_{p-1} \Delta Z_{t-p+1} + \varepsilon_t, \quad (3)$$

äquivalent: $\Delta Z_t = \alpha Z_{t-1} + \zeta_1 \Delta Z_{t-1} + \dots + \zeta_{p-1} \Delta Z_{t-p+1} + \varepsilon_t.$

wobei $\Delta Z_t := Z_t - Z_{t-1}$ und $\alpha := \rho - 1$.

Hinweis: Sie können sich bei der Beantwortung der Fragen für eine Formulierung der ADF-Regressionsgleichung (3) Ihrer Wahl entscheiden.

- (i) Formulieren Sie die Null- und Alternativhypothese des ADF-Tests bezüglich der Parameter der ADF-Regressionsgleichung (3).
- (ii) Wir unterscheiden beim ADF-Test drei Fälle: [1] ohne Konstante/ohne Trend, [2] mit Konstante/ohne Trend und [3] mit Konstante/mit Trend.
Erläutern sie verbal, wie Sie in der empirischen Untersuchung für Z_t und ΔZ_t (Abbildungen 4, 5, 6, 8, 9 bzw. 10) vorgehen würden, um zu entscheiden, ob Fall [1], [2] oder [3] des ADF-Tests verwendet werden sollte.
- (iii) Wenden Sie nun das Vorgehen aus (ii) auf die Zeitreihe Z_t im Anhang an. Treffen Sie entsprechende Testentscheidungen und erläutern Sie, ob Z_t bzw. ΔZ_t integriert von der Ordnung 1 sind!
- c) (3 Punkte) Abbildung 11 zeigt die empirischen Autokorrelationen und partiellen Autokorrelationen für die ersten Differenzen der Reihe Z_t .
- (i) Begründen Sie kurz, weshalb ein AR(3)-Prozess (und nicht ein anderer AR-Prozess) für die Modellierung herangezogen werden sollte.
- (ii) Geben Sie die Gleichung für das Modell aus (i) an.
- d) (2 Punkte) Abbildung 12 zeigt das Korrelogramm der Residuen nach Anpassung eines autoregressiven Modells für ΔZ_t .
Welche Schlussfolgerungen können Sie aus dem Korrelogramm bzgl. der Anpassungsgüte des AR-Modells ziehen? Geben Sie eine kurze Begründung an.
- e) (2 Punkte) Ist die KQ-Schätzung der AR-Parameter konsistent, wenn die Fehler autokorreliert sind? Geben Sie eine kurze Begründung an.

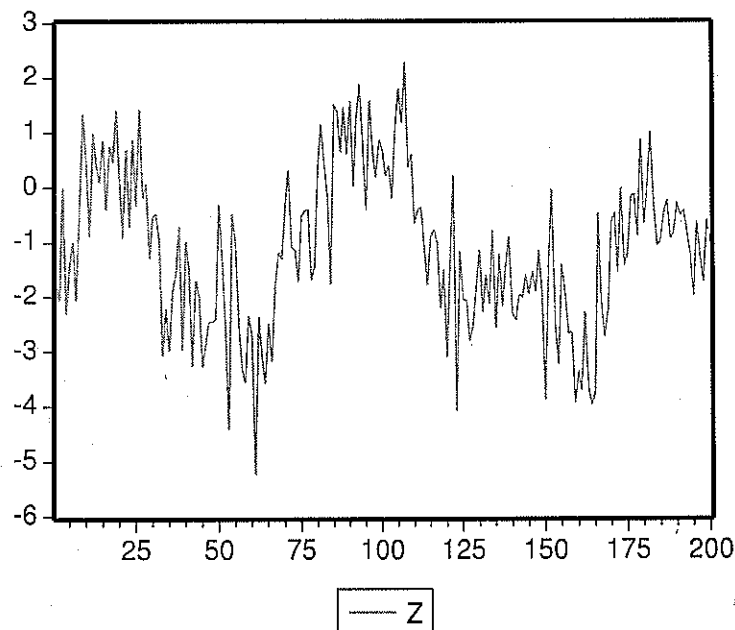


Abbildung 3: Z_t

Exogenous: Constant Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.345785	0.1588
Test critical values:	1% level		-3.463749	
	5% level		-2.876123	
	10% level		-2.574622	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(Z)				
Method: Least Squares				
Date: 01/26/10 Time: 12:52				
Sample (adjusted): 5 200				
Included observations: 196 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Z(-1)	-0.135578	0.057796	-2.345785	0.0200
D(Z(-1))	-0.566864	0.081029	-6.995831	0.0000
D(Z(-2))	-0.448014	0.080291	-5.579898	0.0000
D(Z(-3))	-0.220477	0.069854	-3.156251	0.0019
C	-0.141944	0.094773	-1.497731	0.1359
R-squared	0.353935	Mean dependent var		0.006661
Adjusted R-squared	0.340405	S.D. dependent var		1.217694
S.E. of regression	0.988956	Akaike info criterion		2.840845
Sum squared resid	186.8045	Schwarz criterion		2.924471
Log likelihood	-273.4028	F-statistic		26.15897
Durbin-Watson stat	2.031433	Prob(F-statistic)		0.000000

Abbildung 4: ADF-Test für Z_t (mit Konstante)

Exogenous: None Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-1.801765	0.0682
Test critical values:	1% level		-2.576814	
	5% level		-1.942456	
	10% level		-1.615622	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(Z) Method: Least Squares Date: 01/26/10 Time: 12:56 Sample (adjusted): 5 200 Included observations: 196 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Z(-1)	-0.077869	0.043218	-1.801765	0.0732
D(Z(-1))	-0.609716	0.076054	-8.016829	0.0000
D(Z(-2))	-0.476918	0.078189	-6.099573	0.0000
D(Z(-3))	-0.235363	0.069367	-3.393026	0.0008
R-squared	0.346347	Mean dependent var		0.006661
Adjusted R-squared	0.336134	S.D. dependent var		1.217694
S.E. of regression	0.992153	Akaike info criterion		2.842317
Sum squared resid	188.9984	Schwarz criterion		2.909218
Log likelihood	-274.5471	Durbin-Watson stat		2.039881

Abbildung 5: ADF-Test für Z_t (ohne Konstante)

Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 3 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-2.382869	0.3873
Test critical values:	1% level		-4.005562	
	5% level		-3.432917	
	10% level		-3.140265	
*Mackinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(Z) Method: Least Squares Date: 01/26/10 Time: 12:57 Sample (adjusted): 5 200 Included observations: 196 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
Z(-1)	-0.139320	0.058467	-2.382869	0.0182
D(Z(-1))	-0.563987	0.081429	-6.926142	0.0000
D(Z(-2))	-0.446567	0.080515	-5.546364	0.0000
D(Z(-3))	-0.219860	0.070010	-3.140400	0.0020
C	-0.086184	0.152605	-0.564757	0.5729
@TREND(1)	-0.000590	0.001263	-0.466790	0.6412
R-squared	0.354675	Mean dependent var		0.006661
Adjusted R-squared	0.337693	S.D. dependent var		1.217694
S.E. of regression	0.990987	Akaike info criterion		2.849903
Sum squared resid	186.5905	Schwarz criterion		2.950254
Log likelihood	-273.2905	F-statistic		20.88506
Durbin-Watson stat	2.031931	Prob(F-statistic)		0.000000

Abbildung 6: ADF-Test für Z_t (mit Konstante und Trend)

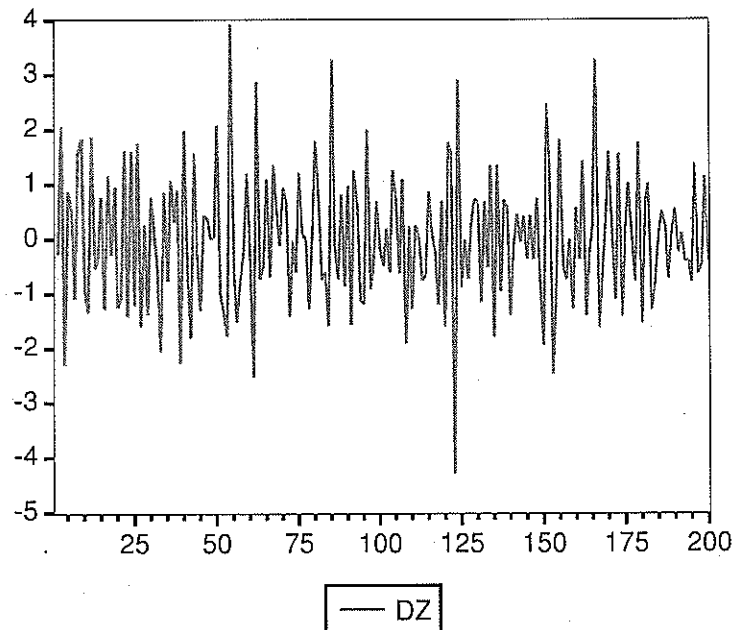


Abbildung 7: Erste Differenzen von Z_t (ΔZ_t)

Exogenous: Constant				
Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-14.04905	0.0000
Test critical values:				
	1% level		-3.463749	
	5% level		-2.876123	
	10% level		-2.574622	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation				
Dependent Variable: D(DZ)				
Method: Least Squares				
Date: 01/26/10 Time: 12:58				
Sample (adjusted): 5 200				
Included observations: 196 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DZ(-1)	-2.438277	0.173555	-14.04905	0.0000
D(DZ(-1))	0.770571	0.126880	6.073214	0.0000
D(DZ(-2))	0.254988	0.069083	3.691013	0.0003
C	0.006266	0.071464	0.087674	0.9302
R-squared	0.767808	Mean dependent var		0.009652
Adjusted R-squared	0.764180	S.D. dependent var		2.060253
S.E. of regression	1.000485	Akaike info criterion		2.859044
Sum squared resid	192.1863	Schwarz criterion		2.925944
Log likelihood	-276.1863	F-statistic		211.6343
Durbin-Watson stat	2.049244	Prob(F-statistic)		0.000000

Abbildung 8: ADF-Test für erste Differenzen von Z_t (mit Konstante)

Exogenous: None Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-14.08519	0.0000
Test critical values:	1% level		-2.576814	
	5% level		-1.942456	
	10% level		-1.615622	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(DZ) Method: Least Squares Date: 01/26/10 Time: 12:59 Sample (adjusted): 5 200 Included observations: 196 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DZ(-1)	-2.438255	0.173108	-14.08519	0.0000
D(DZ(-1))	0.770544	0.126553	6.088692	0.0000
D(DZ(-2))	0.254972	0.068905	3.700324	0.0003
R-squared	0.767799	Mean dependent var		0.009652
Adjusted R-squared	0.765393	S.D. dependent var		2.060253
S.E. of regression	0.997910	Akaike info criterion		2.848880
Sum squared resid	192.1940	Schwarz criterion		2.899055
Log likelihood	-276.1902	Durbin-Watson stat		2.049147

Abbildung 9: ADF-Test für erste Differenzen von Z_t (ohne Konstante)

Exogenous: Constant, Linear Trend Lag Length: 2 (Automatic based on SIC, MAXLAG=14)				
			t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic			-14.01380	0.0000
Test critical values:	1% level		-4.005562	
	5% level		-3.432917	
	10% level		-3.140265	
*MacKinnon (1996) one-sided p-values.				
Augmented Dickey-Fuller Test Equation Dependent Variable: D(DZ) Method: Least Squares Date: 01/26/10 Time: 13:00 Sample (adjusted): 5 200 Included observations: 196 after adjustments				
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
DZ(-1)	-2.438475	0.174005	-14.01380	0.0000
D(DZ(-1))	0.770797	0.127216	6.058974	0.0000
D(DZ(-2))	0.255088	0.069264	3.682830	0.0003
C	0.024229	0.147170	0.164632	0.8694
@TREND(1)	-0.000177	0.001266	-0.139736	0.8890
R-squared	0.767832	Mean dependent var		0.009652
Adjusted R-squared	0.762970	S.D. dependent var		2.060253
S.E. of regression	1.003049	Akaike info criterion		2.869146
Sum squared resid	192.1667	Schwarz criterion		2.952771
Log likelihood	-276.1763	F-statistic		157.9201
Durbin-Watson stat	2.049528	Prob(F-statistic)		0.000000

Abbildung 10: ADF-Test für erste Differenzen von Z_t (mit Konstante und Trend)

Correlogram of DZ

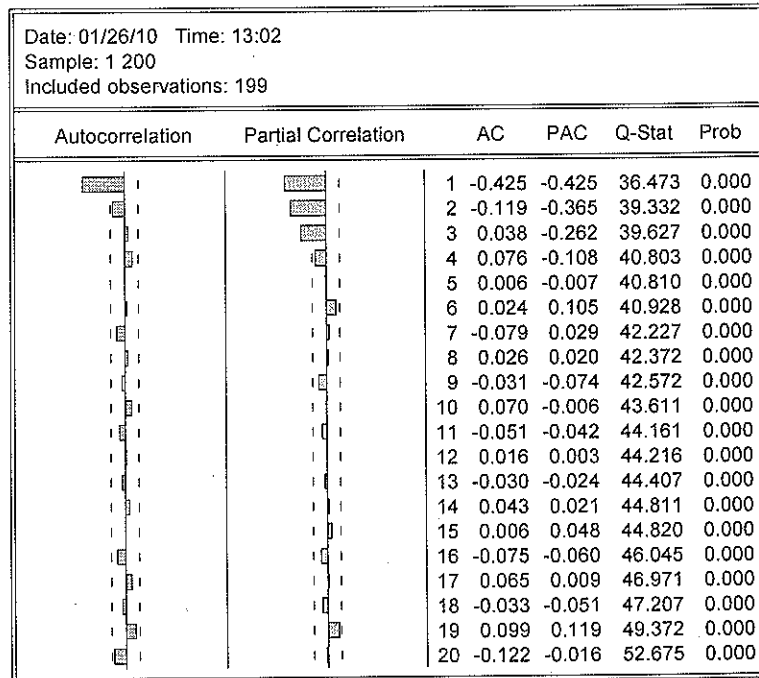


Abbildung 11: Empirische Autokorrelationen und partielle Autokorrelationen der ersten Differenzen von Z_t

Correlogram of Residuals

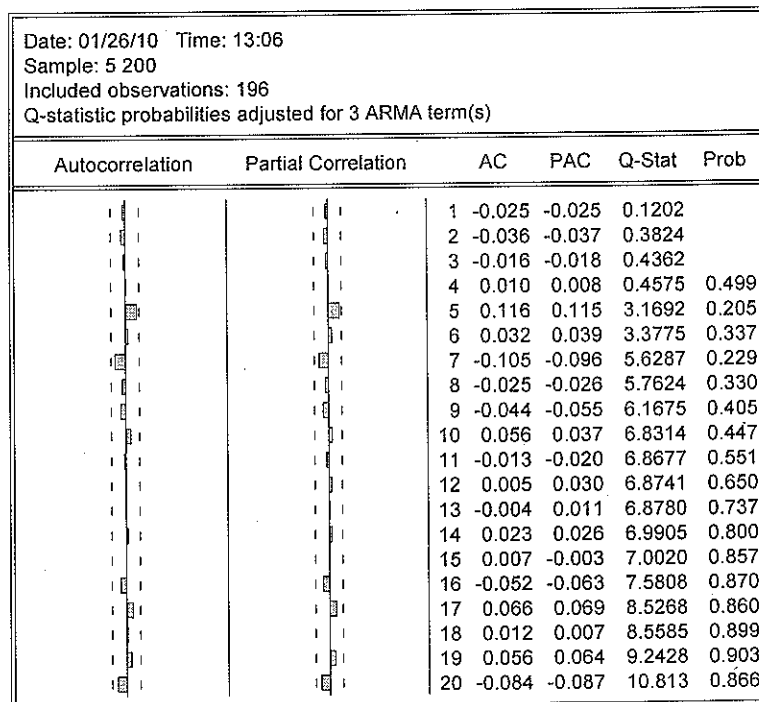


Abbildung 12: Empirische Autokorrelationen und partielle Autokorrelationen der Residuen